RELATÓRIO DE PROJETO DE PESQUISA - CEPIC
INICIAÇÃO CIENTÍFICA

Ano: 2014 **Semestre:1º**

P R O J E T O D E P E S Q U I S A

IDENTIFICAÇÃO	
Título:	Teoria das Filas e Simulação Computacional: sugestões no fluxo de entrada de alunos em uma instituição de ensino.
Linha de Pesquisa:	Modelos Analíticos e de Simulação
Curso de Origem:	Engenharia de Produção
Comitê de Pesquisa – Área:	
Área CNPq (*):	1.03.02.02-6
Coordenador:	Prof. Dr. Marcus Antônio Croce
Orientadores:	Prof. Dr. Marcus Antônio Croce
Discentes envolvidos	Samira Khalil Ruphael

*(Conforme Tabela de Áreas do Conhecimento do CNPq)

Resultado:

Teoria das Filas e Simulação Computacional: sugestões no fluxo de entrada de alunos em uma instituição de ensino.

Marcus Antônio Croce[1]
Samira Khalil Ruphael[2]

Resumo:

A Teoria das Filas nos últimos anos tem colaborado incisivamente na solução de vários problemas operacionais que conseqüentemente incidem na minimização de custos de empresas e maior satisfação de seus clientes. O artigo presente demonstra então como uma simulação computacional embasado nessa teoria se torna significante no fluxo de entrada de alunos em uma instituição de ensino.

Palavras-chave: Teoria das Filas, Simulação, Distribuição.

[1] Doutor em Economia pela UFMG e professor Titular do Departamento de Engenharia de Produção da FaSar (Faculdade Santa Rita) e-mail: mc1967@ig.com.br
[2] Graduada em Engenharia de Produção pela FaSar (Faculdade Santa Rita) e-mail: samira.ruphael@mendesjunior.com.br

Introdução

Minimização de custos e satisfação de clientes são dois fatores que as empresas do mundo contemporâneo buscam, ao mesmo tempo, com intuito de conquistarem uma harmonia em seu ambiente de trabalho como também, enfrentar uma concorrência nos setores de bens e serviços que a cada dia se tornam mais competitivos.

O artigo presente detecta que, a junção de uma teoria que ganhou força no início da década de 1970, a *Teoria das Filas*, juntamente com um suporte computacional de última geração, que é o software *Arena*, podem contribuir de maneira significativa nessa questão. Nosso foco, o fluxo de entrada de alunos em uma instituição educacional por meios de catracas eletrônicas, aonde são utilizados cartões magnéticos e leitura digital em um grande universo de clientes demonstra claramente esse caso.

A metodologia utilizada foi inspirada no referencial teórico de autores como J. E. Shamblim, que em 1979 lançou um clássico sobre a Teoria das Filas intitulada como *Pesquisa Operacional: uma abordagem clássica,* M. Santos e Darci Prado, que respectivamente escreveram as obras *Apostila de Introdução à Simulação Discreta* e *Teoria das Filas e Simulação* seqüencialmente em 1999 e 2009.

Tal metodologia nos proporcionou o estudo de um caso, aplicando a teoria com a prática resultando em uma visão que serviu como uma sugestão para a melhoria de instituições que utilizem as catracas eletrônicas como meio de fluxo de entrada e ao mesmo tempo, de segurança aos seus clientes.

1 – A Teoria das Filas

No início do século XX mais precisamente em 1909, A. K. Erlang problematizou o congestionamento de linhas telefônicas na Dinamarca. Tal problema consagrou esse estudioso como o “pai” da Teoria das Filas, pois desenvolveu conceitos relevantes para a solução desse problema amparado por tal teoria. No ano de 1917, o autor em questão publicou o livro *“Solutions of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges”*, onde sua experiência ficou documentada com êxito (PRADO, 2009).

J. E. Shablim (1979) corroborando com Erlang, criou um exemplo que desenvolveu da seguinte forma:

> Uma companhia telefônica está planejando instalar cabines telefônicas em um novo aeroporto, traçou-se a norma de que uma pessoa não deve esperar mais do que 10% das vezes para usar o serviço telefônico, ou seja 90% de chance de o serviço estar disponível. A demanda de uso é estimada como sendo Poisson[3] com uma média de 30 usuários por hora. A chamada telefônica média tem uma distribuição exponencial com um tempo médio de 5 minutos. Quantas cabines telefônicas devem ser instaladas? (SHAMBLIM, 1979 p. 216 – nota de rodapé nossa).

Para resolver este problema primeiramente o autor formalizou matematicamente nomeando das seguintes formas as variáveis em questão:

λ - taxa de chegada de clientes

μ - taxa de atendimento único (o que supõe que todos os μ sejam iguais)

k - números de canais de atendimento

O resultado da equação (1) refere-se a probabilidade de um sistema estar vazio:

$$P_{0} = 1 \Big/ \left[\sum_{n=0}^{n=k-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n}\right] + \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k} \frac{k\mu}{k\mu-\lambda} \quad (1)$$

O resultado da equação (2) refere-se a probabilidade que uma chegada tenha de esperar(a probabilidade de haver k ou mais unidades do sistema):

---

[3] PIAZZA (2000) descreve a distribuição de Poisson como uma distribuição de probabilidades, tais quais os eventos ocorrem a uma taxa média constante com somente uma ou duas possibilidades. Tendo que o processo é homogêneo em relação ao tempo, e futuras ocorrências independem de acontecimentos passados.

$P_k = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \frac{k\mu}{k\mu-\lambda} p_0$ (2)

A resolução do problema segue transcrevendo os dados do problema em variáveis da matemática:

O ritmo de chegada dos clientes é:

$\lambda = 30/h$ (3)

A quantidade de pessoas atendidas dentro de 1 h, considerando uma hora igual a 60 minutos e o tempo de atendimento de 5 minutos:

$\mu = \frac{1}{\mu}$(3)

Substituindo na equação (3) os valores previamente citados:

$$\frac{5}{60} = \frac{1}{\mu} \Leftrightarrow \mu = 12/\mathrm{h}$$

Quando k = 2,ou seja, o número de postos de atendimento for 2 teremos uma regra de três que se constitui da seguinte forma:

μ _______12

2μ _______ x

$x = 24$

Logo temos que $2\mu = 24\ clientes/h$, que é menor que o fluxo de chegada, descartando a possibilidade que 2 postos de atendimento serão suficiente. Por isto é necessário no mínimo 3 atendentes para suprir a exigência, porém usará um número maior para fazer o teste como forma de chegar a um resultado mais rápido, sendo como tentativa k = 5 ou seja 5 atendentes:

Utilizando a equação (1) será averiguado a probabilidade do sistema estar vazio:

$$P_{0=1} \Big/ \left[\sum_{n=0}^{n=5-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{30}{12}\right)^n\right] + \frac{1}{5!}\left(\frac{30}{12}\right)^k \frac{5(12)}{5(12)-30}$$

$$\Leftrightarrow 1 \Big/ 1 + 2{,}5 + \frac{2{,}5^2}{2!} + \frac{2{,}5^3}{3!} + \frac{2{,}5^4}{4!} + \frac{1}{5!}2{,}5^5 \frac{60}{30}$$

$= 0{,}0801$

Após esta verificação, precisa-se saber a probabilidade que uma chegada tenha de esperar conforme equação 2:

$$P_5 = \frac{1}{5!}\left(\frac{30}{12}\right)^5 \frac{5(12)}{5(12)-30}\ 0{,}0801$$

$= 0{,}13 \cong 13\%$

A probabilidade de espera deu acima daquela imposta, logo tentaremos com k=6, ou seja 6 atendentes.

A probabilidade de o sistema estar vazio:

$$\mathrm{P}_{0=1} \Big/ \left[\sum_{\mathrm{n}=0}^{\mathrm{n}=5-1} \frac{1}{\mathrm{n}!}\left(\frac{30}{12}\right)^{\mathrm{n}}\right] + \frac{1}{6!}\left(\frac{30}{12}\right)^k \frac{6(12)}{6(12)-30}$$

$$= 1 \Big/ 1 + 2{,}5 + \frac{2{,}5^2}{2!} + \frac{2{,}5^3}{3!} + \frac{2{,}5^4}{4!} + \frac{2{,}5^5}{5!} + \frac{1}{6!}2{,}5^6 \frac{72}{42}$$

$= 0{,}08162 \cong 8{,}16\%$

Após esta verificação, a probabilidade que uma chegada tenha de esperar:

$$P_6 = \frac{1}{6!}\left(\frac{30}{12}\right)^6 \frac{6(12)}{6(12)-30}\ 0{,}08162$$

$= 0{,}047 \cong 4{,}7\,\%$

Neste sentido Shamblim (1979) conclui que uma instalação de seis telefones daria a probabilidade que supriria a exigência da companhia telefônica que era 10 %, porque a probabilidade que uma chegada tem de esperar com k=6 foi 0,047, ou seja, menor que 10%.

Desde então, as áreas de economia, de administração e de processamento de fluxos usufruíram dessa técnica, tendo como destaque os problemas de congestionamento de tráfego, de escoamento de fluxo de carga e terminais, de carregamento e descarregamento de veículos, de escoamento de fluxo de processamento de informações, de formação de estoque etc.

2 - Projeto de Simulação

Em 1999, M. Santos escreveu a obra *Apostila de Introdução à Simulação Discreta*, que inseriu a Teoria das Filas ao método computacional. As etapas do projeto de simulação de Santos que consistiam em:

1) Definir o problema: Formação de filas na entrada do estabelecimento de ensino devido à demora no atendimento.
2) Determinação dos objetivos: Propor a redução do tempo gasto na fila realizando simulação computacional através do software Arena.
3) Construção do modelo: Ao chegar à instituição, o aluno deverá passar por um sistema de identificação, utilizando cartão ou digital; ele em muitas das vezes depara-se com formação de filas, assim o mesmo pode optar por aguardar e após ter acesso as catracas. O mesmo também pode não encontrar fila, seguindo direto para o atendimento.

Para demonstramos as definições de Santos atreladas com nosso caso, criamos o seguinte fluxograma abaixo:

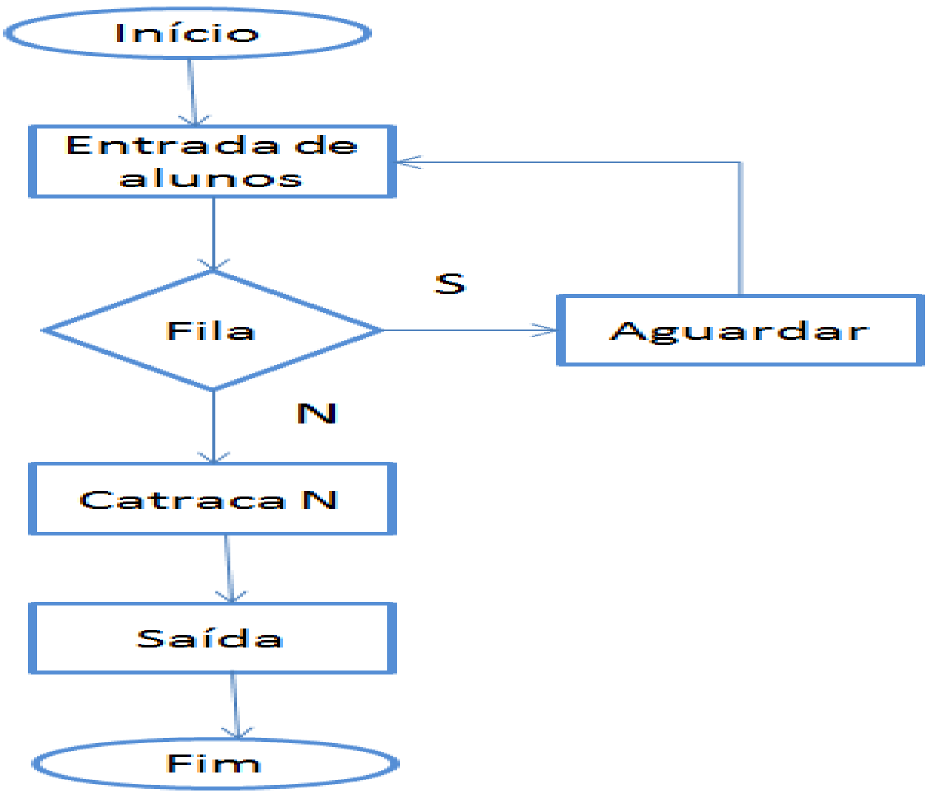

Figura 1 - Fluxograma do processo para acesso a faculdade. (RUPHAEL, 2013).

No caso de nossa coleta de dados foram efetivados os seguintes procedimentos: em vários dias foi realizada a coleta referente à quantidade de pessoas que chegavam entre 19:00 às 19:20h nas entradas que continham 6 e 4 catracas. Após observação foi utilizado o *Input Analyser* do Arena, para extrair a média (*Sample Mean*), o desvio padrão (*Sample StdDev*), e a distribuição (*Distribuition*) que melhor se encaixava nos dados, como mostrado na figura 2 (dados da distribuição) e gráfico 1 referente a 6 catracas. Em relação às quatro catracas foi obtido a mesma distribuição.

```
         Distribution Summary

Distribution:    Exponential
Expression:      -0.5 + EXPO(4.23)
Square Error:    0.012687

Chi Square Test
  Number of intervals    = 10
  Degrees of freedom     = 8
  Test Statistic         = 19.9
  Corresponding p-value  = 0.0114

         Data Summary

Number of Data Points    = 241
Min Data Value           = 0
Max Data Value           = 41
Sample Mean              = 3.73
Sample Std Dev           = 5.66

         Histogram Summary

Histogram Range          = -0.5 to 41.5
Number of Intervals      = 42
```

Figura 2 - Classificação da distribuição e análise dos dados (RUPHAEL, 2013).

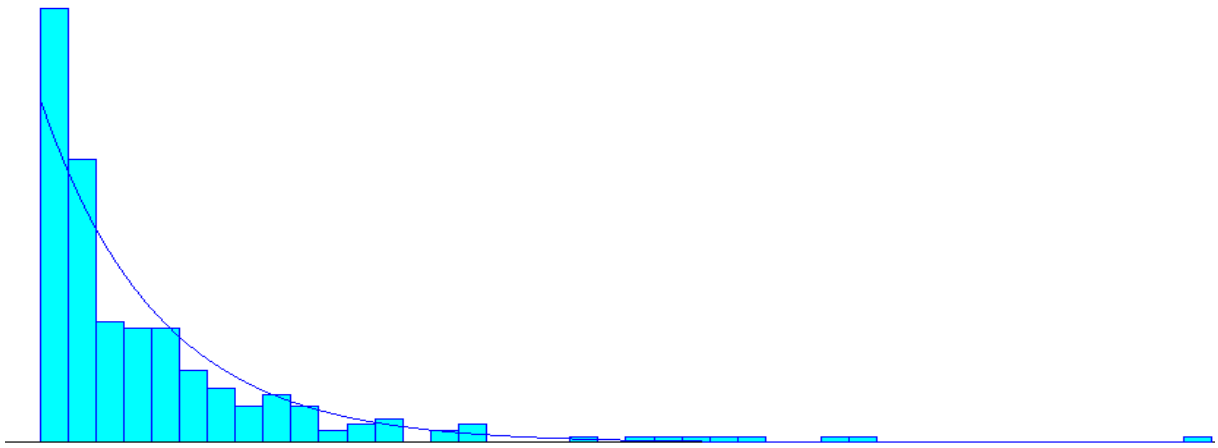

Gráfico1 - Distribuição dos dados referente às seis catracas (RUPHAEL, 2013).

Algumas dúvidas podem surgir em relação a significados referente aos dados, tendo: *Data Summary* descreve dados básico desta distribuição como a quantidade de dados tinha a amostra (*Number of Data Points*), o menor (*Min Data Value*) e o maior(*Max Data Value*) número. Em relação à configuração do histograma (*Histogram Summary*) tem-se o intervalo (*Histogram Range*) e em quantas partes foi dividido o mesmo (*Number of Intervals*).

Santos (2003) atenta sobre os *outliers*, dados que são discrepantes do restante, podem apresentar erros na coleta de dados, porém antes de tira-lo deve-se checar se os mesmos são pertinentes ou não na amostra, pois se mesmo ao aumentar a amostra se verificar ainda a incidência dos mesmos, reforça que eles não dever ser retirados pois não são erros e sim uma característica da amostra.

Não foi utilizada a expressão, pois os dados de entrada foram quantidade de pessoas dentro de um intervalo de tempo e o que se precisa é o intervalo entre chegada, logo utilizou a média *(Sample Mean)* para encontrar o intervalo e ser possível a simulação.

Referente ao atendimento escolheu-se para representar os dados à distribuição de Erlang, gráfico 2. Segundo Prado (2009) o modelo de Erlang apresenta chegadas que seguem Poisson e atendimento que seguem distribuição de Erlang de grau m, tendo que caso a variável de parâmetro de atendimento for igual a 1 (m=1), ela passa a ter o mesmo formato que a função exponencial negativa, a medida que cresce tende a uma normal, caso ela tenda para o infinito o Tempo de Atendimento será constante.

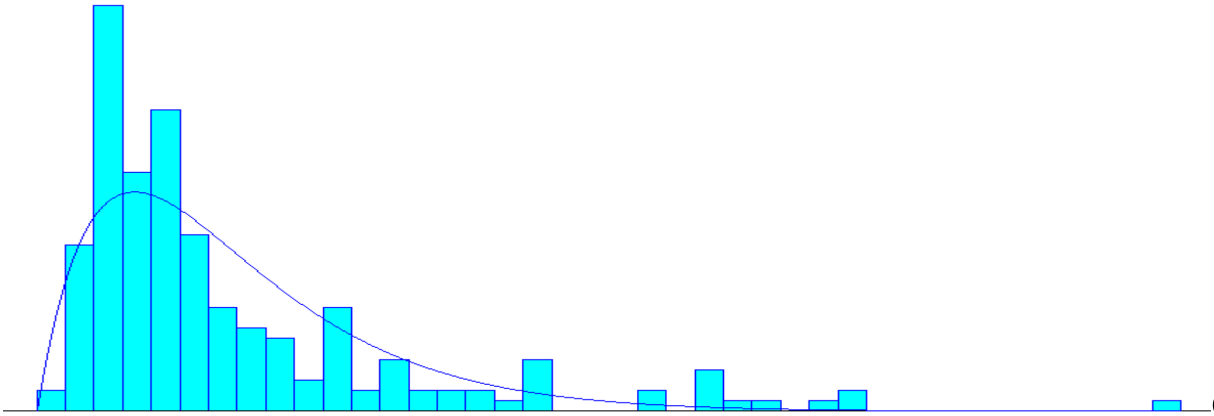

Gráfico 2 - A distribuição de Erlang. (RUPHAEL 2013).

Santos, corroborando com Prado (2010) acrescenta que:

> A distribuição de Poisson está intimamente relacionada com a distribuição exponencial e é usada em muitos problemas de simulação que envolvem chegadas e partidas. Em particular, se o tempo entre sucessivas chegadas (ou partidas) é exponencialmente distribuído, então o número de eventos que ocorrem em um intervalo de tempo finito t será distribuído de acordo com uma distribuição de Poisson (SANTOS, 2003, p. 76).

Segundo Prado (2010) o dimensionamento de equipamentos geralmente leva em conta dois indicadores:

1 - Fornecer ao cliente o menor tempo em fila;

2 - Um sistema de menor custo e máxima capacidade de produção.

Através do primeiro indicador se dimensiona o sistema de modo que o tempo em fila tenha um valor aceitável e considerável para os clientes, ou seja através do processo de dimensionamento procura-se a quantidade ideal de atendentes que proporcionem um valor satisfatório ao tempo na fila.

No momento da escolha desta distribuição obteve os mesmos conflitos que ocorreram com a distribuição da chegada, pois na tentativa de adequar uma simulação a uma situação real, valores que são discrepantes aparecem, porém não são erros de coleta como já explicado anteriormente, e sim a realidade de que sempre terá no atendimento situações como: erro ao reconhecer a digital pela primeira vez; desgaste do leitor; tentar passar a digital de outro dedo que não seja o que foi previamente cadastrado e demora no reconhecimento pelas condições em que o dedo possa estar, podendo ser: machucado, exposto a materiais de limpeza, e outros fatores que podem implicar na demora na identificação da digital.

Na simulação da forma do atendimento utilizou a expressão para melhor retratar a situação, pois a entrada de dados foi o tempo de atendimento gerando a taxa média de atendimento.

Referente ao uso do cartão feito por poucas pessoas, à média de atendimento caiu em relação ao uso de apenas com a digital, que teve média de 14 segundos.
Neste caso dentro de uma amostra de 300 pessoas apenas 15 utilizaram cartão, ou seja, apenas 5%, que tem média de atendimento de 2 segundos.

- Codificação: Modelo feito no arena demonstrados nas figuras 13 e 14, que monstra que o aluno chega na instituição (Chegada) e que espera atendimento em um *hall* (Área) no qual o mesmo (Escolhe) a catraca no qual quer usar (Catraca 1...n), após isto espera na fila ou caso não tenha, segue para o processo de (Atendimento), no qual a digital ou o cartão serão lidos, em seguida liberado a sair do sistema gradativamente.

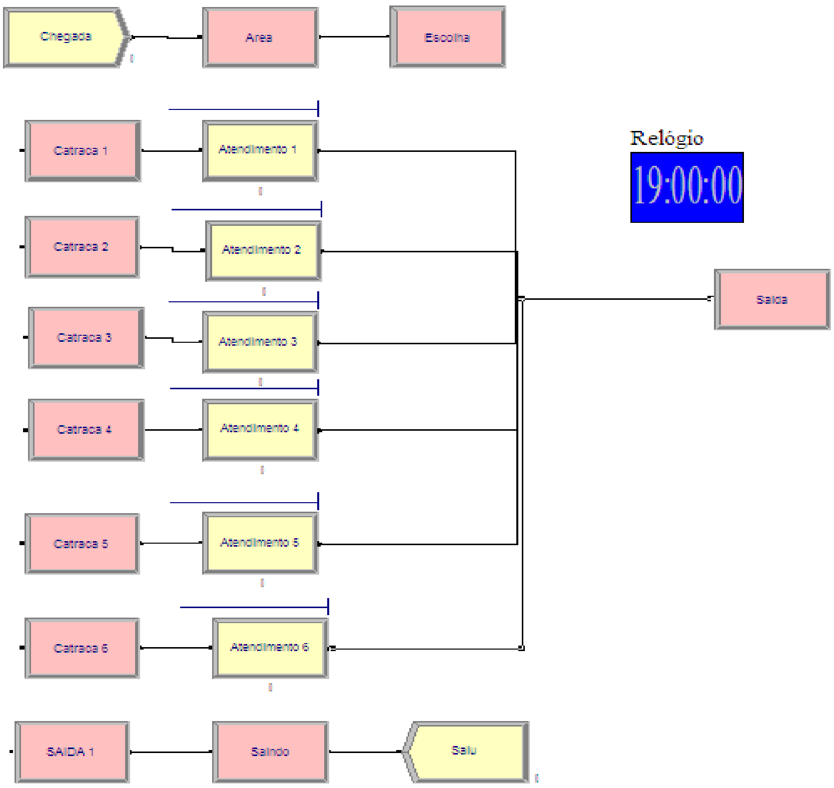

Figura 3 - Representação do modelo para 6 catracas. (RUPHAEL, 2013)

Os testes de cenários se consistem em, deixando em ressalva que o índice de chegada será o mesmo em todos os cenários de acordo como descrito no item coleta de dados, e que apenas como o atendimento será feito que mudará.

Os três primeiros cenários correspondem a testes e simulação referente ao uso de seis catracas e os adiante refere-se a quatro catracas, tendo em vista que o aluno tem disponível como acesso a instituição estes dois tipos de entrada.

- Cenário 1: Utilizou-se a expressão encontrada no *Input Analyser*para a forma de atendimento.
- Cenário 2: Utilizou-se como forma de atendimento apenas do uso de cartão (2 segundos).
- Cenário3: Simulou acrescentar mais uma catraca (de 6 para 7) com forma de minimizar a espera na fila. Utilizando o tempo gasto de atendimento atual.

- Cenário 4: Foi utilizada a mesma expressão do cenário 1, porém agora com 4 catracas e taxa de chegada diferente, referente a 4 catracas.

Conclusão

Uma das soluções mais viáveis para a redução das filas neste contexto seria fazer uma campanha que incentivasse o uso do cartão, pois sua eficiência foi comprovada por meio de cálculos e simulação sendo o meio mais barato para se conseguir a melhoria em tempo de espera, em relação ao custo citado, é em referência a não necessidade de compra de nenhum recurso tendo como provedor do mesmo os bancos, que se dispõem em fazer em troca de oferecer aos alunos seus serviços, conquistando clientes.

Uma segunda alternativa é o acréscimo de uma catraca na região que já possui 6, como forma de minimizar a fila, poderia acrescentar mais uma também na região que tem 4, como forma de diminuir o tempo de espera, por mais que atenda o fluxo, o tempo é significante. Esta solução é mais cara por envolver compra de recursos e alteração no *layout* do estabelecimento.

As duas alternativas dependem da forma como a instituição queira seguir, caso haja um aumento de alunos o ideal seria utilizar as duas soluções como forma de melhorar seu serviço de acesso as salas.

Referências bibliográficas:

PIAZZA, G. **Introdução à Engenharia de Confiabilidade.** (S.I.): (s.n), 2000.

PRADO, D. **Teoria das Filas e da Simulação**. 4°. ed. Nova Lima: INDG Tecnologia e Serviços Ltda, 2009.

PRADO, D. S. D. **Usando Arena em Simulação**. Belo Horizonte: INDG, v. 3, 2010. 307 p.

PRADO, D. **Teoria das Filas e da Simulação**. 4°. ed. Nova Lima: INDG Tecnologia e Serviços Ltda, 2009.

SANTOS, M. P. **Apostila de Introdução à Simulação Discreta.** (S.I.); (s.n.) 1999.

SANTOS, M. P. D. **PESQUISA OPERACIONAL**. Rio de Janeiro: Copyright, 2003.

RUPHAEL, S. K. **Melhoria no fluxo de entrada de alunos em uma instituição de ensino utilizando pesquisa operacional: um estudo de caso na teoria das filas.** Monografia em Engenharia de Produção. Faculdade Santa Rita (FaSar): Conselheiro Lafaiete, 2013.

SHAMBLIM, J. E. **Pesquisa Operacional – Uma abordagem clássica.** São Paulo: Atlas, 1979.

____________________	___/___/______	_________________________
Local	Data	Coordenador da Pesquisa

____________________ ___/___/______ _________________________
Local Data Coordenador do CEPIC

____________________ ___/___/______ _________________________
Local Data Coordenador do curso

____________________ ___/___/______ _________________________
Local Data Coordenador de área

13 – ANEXOS: